



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE  
MÉXICO  
PROGRAMA DE POSGRADO EN  
FILOSOFÍA DE LA CIENCIA**



<b>Actividad Académica:</b> Seminario de temas selectos. Filosofía de las matemáticas y lógica de la ciencia 1. El Teorema de Godel: Aspectos Matemáticos, Históricos y Filosóficos			
<b>Clave:</b> 63128	<b>Semestre:</b> 2012-1	<b>Campo de conocimiento:</b> FMLC	
<b>Carácter:</b> Obligatoria ( ) Optativa ( ) de Elección ( x )		<b>Horas por semana</b>	<b>Horas al semestre</b>
<b>Tipo:</b>		<b>Teóricas:</b>	<b>No. Créditos</b>
		<b>Prácticas:</b>	
		4	64
<b>Modalidad:</b> Presencial		<b>Duración del programa:</b> 1 semestre	

**Seriación:** Si ( ) No ( x ) Obligatoria ( x ) Indicativa ( )

**Introducción:**

Este seminario ofrecerá, fundamentalmente, una introducción matemática elemental a los teoremas de incompleción de Gödel y a otros teoremas relacionados con ellos; los resultados matemáticos presentados se expondrán llamando la atención sobre varias conexiones históricas entre ellos que resultan de interés; al final del curso se comentará un grupo selecto de problemas filosóficos suscitados por los teoremas de incompleción.

**Objetivo general:**

Introducción matemática elemental a los teoremas de incompleción de Gödel y a otros teoremas relacionados con ellos.

**Objetivos específicos:**

Los objetivos principales son (1) que el estudiante adquiera completa familiaridad con las nociones matemáticas que aparecen en las versiones presentadas de los teoremas de incompleción (satisfacción, verdad, demostrabilidad, consistencia, consistencia- $\omega$ , etc.), (2) que sea capaz de probar con facilidad resultados elementales acerca de esas nociones, y (3) que adquiera una comprensión buena de la estructura y contenido de las pruebas de los teoremas de incompleción. En el caso de los textos filosóficos que serán objeto de estudio, la idea rectora es que el estudiante los lea con plena comprensión de las motivaciones, los presupuestos, el contenido y las implicaciones básicas de cada texto particular.

Contenido Temático			
Unidad	Temas	Horas	
		Teóricas	Prácticas
1	Introducción general. Lenguajes para la aritmética elemental, en particular $L_E$ . Sistemas formales	4	
2	Numeraciones de Gödel. La sintaxis precisa de $L_E$ . Una numeración de Gödel	4	
3	La inexpresabilidad de la satisfacción. Condiciones para la inexpresabilidad de la verdad. Condiciones para la incompleción	4	
4	Un método para construir oraciones indecidibles. Condiciones para la existencia de puntos fijos para la verdad	4	
5	Relaciones $\square_0$ , $\square_1$ , $\square_1$ y $\square$ . Su relación con la noción de computabilidad. La inexpresabilidad de la verdad y la existencia de puntos fijos para la verdad	4	
6	Toda relación $\Sigma$ es $\Sigma_1$ . La Aritmética de Peano con Exponenciación (PE)	4	
7	La expresabilidad de la concatenación y de la función $r$ . Aritmetización de las secuencias finitas de expresiones	4	
8	La expresabilidad de la demostrabilidad. La incompleción de PE	4	
9	Construcción de oraciones indecidibles en PE. PE es completo- $\square_0$ .	4	
10	La versión original del primer teorema de incompleción de Gödel	4	
11	El perfeccionamiento de Rosser	4	
12	El segundo teorema de incompleción de Gödel. Su relación con el Programa de Hilbert	4	
13	El programa de Hilbert y su relación con los teoremas de incompleción. Lecturas: Smorynski, "The Incompleteness Theorems", sec. 1; von Neumann, "The Formalist Foundations of Mathematics"; Kreisel, "Hilbert's Programme", fragmentos	4	
14	El programa de Hilbert y su relación con los teoremas de incompleción. Lectura: Hilbert, "On the Infinite". Los teoremas de incompleción y la controversia sobre mentes y máquinas. Lecturas: Gödel, "Some Basic Theorems on the Foundations of Mathematics and their implications"; Penrose, <i>The Emperor's New Mind</i> , fragmentos.	4	
15	Los teoremas de incompleción y la controversia sobre mentes y máquinas. Lecturas: Putnam, "Minds and Machines"; Lucas, "Minds, Machines and Gödel"; Benacerraf, "God, the Devil and Gödel"	4	
16	Cabos sueltos	4	
<b>Total de horas:</b>			
<b>Suma total de horas:</b>			

## Bibliografía y actividades:

### *Referencias para la parte matemática.*

- Boolos, G., *The Logic of Provability*, Cambridge University Press, Cambridge, 1993.
- Boolos, G. y R. Jeffrey, *Computability and Logic*, 2ª ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1989.
- Smullyan, R., *Gödel's Incompleteness Theorems*, Oxford University Press, Oxford, 1992.

### *Lecturas para la parte filosófica.*

- Benacerraf, P., "God, the Devil, and Gödel", *The Monist*, vol. 51, 1967.
- Gödel, K., "Some Basic Theorems on the Foundations of Mathematics and their implications" (1951), en Gödel, *Collected Works*, vol. III, Oxford University Press, Nueva York, 1995.
- Hilbert, D., "On the Infinite" (1925), en P. Benacerraf y H. Putnam (comps.), *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*, 2ª ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1983.
- Kreisel, G., "Hilbert's Programme" (1958), en P. Benacerraf y H. Putnam (comps.), *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*, 2ª ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1983.
- Lucas, J. R., "Minds, Machines and Gödel", *Philosophy*, vol. 36, 1961.
- Penrose, R., *The Emperor's New Mind*, Oxford University Press, Oxford, 1989.
- Putnam, H., "Minds and Machines" (1960), en R. Cummins y D. Cummins (comps.), *Minds, Brains and Computers*, Blackwell, Oxford, 2000.
- Smorynski, C., "The Incompleteness Theorems", en J. Barwise (comp.), *Handbook of Mathematical Logic*, North-Holland, Amsterdam, 1977.
- Von Neumann, J., "The Formalist Foundations of Mathematics" (1931), en P. Benacerraf y H. Putnam (comps.), *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*, 2ª ed., Cambridge University Press, Cambridge, 1983.

### *Algunos textos históricos.*

- Gödel, K., "Über formal unentscheidbare Sätze der *Principia mathematica* und verwandter Systeme I" (1931), en Gödel, *Collected Works*, vol. I, Oxford University Press, Nueva York, 1986 (esta edición también contiene una traducción al inglés, traducción que asimismo aparece en J. Van Heijenoort (comp.), *From Frege to Gödel*, Harvard University Press, Cambridge (Mass.), 1967).
- Löb, M. H., "Solution of a Problem of Leon Henkin", *Journal of Symbolic Logic*, vol. 20, 1955.
- Rosser, J. B., "Extensions of some Theorems of Gödel and Church", *Journal of Symbolic Logic*, vol. 1, 1936.
- Tarski, A., "The Concept of Truth in Formalized Languages" (1935), en Tarski, *Logic, Semantics, Metamathematics*, Oxford University Press, Oxford, 1956.

<b>Medios didácticas:</b>	<b>Métodos de evaluación:</b>
Exposición profesor(a) ( x )	Exámenes o trabajos parciales ( x )
Exposición alumnos ( x )	Examen o trabajo final escrito ( )
Ejercicios dentro de clase ( )	Trabajos y tareas fuera del aula ( x )
Ejercicios fuera del aula ( x )	Exposición de alumnos ( )
Lecturas obligatorias ( x )	Participación en clase ( x )
Trabajo de investigación ( )	Asistencia ( x )
Prácticas de campo ( )	Prácticas ( )
Otros: _____ ( )	Otros: _____ ( )

### **Evaluación y forma de trabajo**

Las primeras doce clases constarán fundamentalmente de explicaciones de nociones matemáticas y demostraciones de teoremas y otros resultados. La estructura de la parte matemática del curso será muy parecida a la del libro de Smullyan, pero los detalles de la presentación del curso diferirán de los detalles de la presentación de Smullyan, y las explicaciones y demostraciones matemáticas de clase no requerirán el estudio de ningún texto en particular, salvo los apuntes y los papeles volantes distribuidos en clase.

En las tres últimas clases se explicarán y discutirán, con la participación de los estudiantes, las lecturas filosóficas asignadas para esas clases.

Con una periodicidad aproximada de dos semanas, cada estudiante habrá de contestar a un cuestionario de ejercicios sobre las clases anteriores, con valor de 10 puntos. En general, los ejercicios consistirán en hacer demostraciones y computaciones elementales, o en responder de manera concisa a preguntas de naturaleza filosófica. La calificación final se basará en la media aritmética de las calificaciones de las respuestas a los cuestionarios.

**Imparte:** Mario Gómez Torrente

**Mail:** [mariogt@servidor.unam.mx](mailto:mariogt@servidor.unam.mx)