



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
PROGRAMA DE POSGRADO EN  
FILOSOFÍA DE LA CIENCIA



**Dra. Carmen Martínez Adame Isais**  
**Título del Curso: Filosofía de las Matemáticas**  
**E-Mail: cmai@ciencias.unam.mx**  
**Día y hora del curso o seminario: jueves 9 am - 1 pm**  
**Sede: Unidad de Posgrado**

|                                                         |             |                                                                            |            |                   |                     |
|---------------------------------------------------------|-------------|----------------------------------------------------------------------------|------------|-------------------|---------------------|
| Actividad Académica: Filosofía de las Matemáticas       |             |                                                                            |            |                   |                     |
| Clave: 65505                                            | Semestre: 2 | Campo de conocimiento: Filosofía de las Matemáticas y Lógica de la Ciencia |            |                   |                     |
| Carácter: Obligatoria (X) Optativa ( ) de Elección (X ) |             | Horas por semana                                                           |            | Horas al semestre | Créditos :<br><br>8 |
| Tipo: Teórico                                           |             | Teóricas:                                                                  | Prácticas: | 64                |                     |
|                                                         |             | 4                                                                          | -          |                   |                     |
| Modalidad: Presencial                                   |             | Duración del programa: 1 semestre                                          |            |                   |                     |

**Seriación:** Si ( ) No ( x )      **Obligatoria** ( x )      **Indicativa** ( )

**Introducción:** La comprensión en matemáticas es un tema que ha sido estudiado desde diversas perspectivas. Una pregunta que resulta de suma importancia es la de cómo y cuándo un objeto se vuelve un objeto matemático. El abordar esta pregunta permite analizar los orígenes y el contexto en el que las diferentes ramas de las matemáticas nacen o se expanden y es interesante preguntarse si esto ocurre de la misma manera dentro de cada una de las diferentes ramas. El punto que nos interesa a lo largo de este curso es el papel que juegan los objetos patológicos y contraejemplos en este proceso y cómo se vinculan con la comprensión al interior de las matemáticas. También resulta relevante plantear esta misma pregunta desde el punto de vista de la matematización.

**Objetivo general:** Nuestro objetivo general en este curso es estudiar de qué maneras se comprende en matemáticas desde el interior de la disciplina misma. Y para lograr esto se analizará el papel que los objetos patológicos y contraejemplos juegan en este proceso.

**Objetivos específicos:** Nuestro interés se centrará en el caso del Análisis Matemático durante los siglos XVIII a XX. En particular nos enfocaremos en el surgimiento de funciones patológicas y cómo su desarrollo permitió una mejor comprensión del concepto de función y a la vez

contribuyeron al desarrollo del Análisis Funcional.

| Contenido Temático   |                                                                                      |          |           |
|----------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|----------|-----------|
| Unidad               | Temas                                                                                | Horas    |           |
|                      |                                                                                      | Teóricas | Prácticas |
| 1                    | ¿Qué significa comprender en matemáticas?                                            | 4        |           |
| 2                    | El concepto de función.                                                              | 20       |           |
| 3                    | El surgimiento de funciones patológicas como contraejemplos.                         | 24       |           |
| 4                    | Las implicaciones matemáticas y filosóficas de la generalidad de los contraejemplos. | 16       |           |
| Total de horas:      |                                                                                      | 64       |           |
| Suma total de horas: |                                                                                      | 64       |           |

#### Bibliografía:

1. Ampère, A.M. Recherches sur quelques points de la théorie des fonctions dérivées qui conduisent à une nouvelle démonstration de la série de Taylor, et à l'expression finie des termes qu'on néglige lorsqu'on arrête cette série à un terme quelconque, *Journal de l'Ecole Polytechnique*, 6, 13, p. 148-181, 1806.
2. Banach, S. Über die Baire'sche Kategorie gewisser Funktionenmengen, *Studia Mathematica*, 3, 1, 174-179, 1931.
3. Bernoulli, Joh., Remarques sur ce qu'on a donné jusqu'ici de solutions des problèmes sur les isopérimètres, *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de Paris*, 100-139, 1718.
4. du Bois-Reymond, P. Versuch einer Classification der willkürlichen Functionen reeller Argumente nach ihren Aenderungen in den kleinsten Intervallen, *J. Reine. Angew. Math.* 79, 21-37, 1875.

5. Bolzano, B. *Functionenlehre*, Spisy Bernarda Bolzana – Bernard Bolzano's Schriften, vol. 1, KCSN, Prague, 1930.
6. Brunschvicg, L. *Les étapes de la Philosophie Mathématique*, Paris, 1912.
7. Canguilhem, G. *Essai sur quelques problèmes concernant le normal et lo patologique*, tesis doctoral de 1943. Luego, redactada como *Le Normal et le pathologique*, París, PUF, 1966.
8. Cellérier, C. Note sur les principes fondamentaux d l'analyse, *Bull. Sci. Mathématiques*, 14, 142-160, 1890.
9. Dini, U. Sopra una clase di funzioni finite e econtinue che non hanno mai una derivata, *Atti della R. Acc. dei Lincei*, 3, 1, 70-72, 1877.
10. Dini, U. *Fondamenti per la teorica delle funzioni di variabili reali*, Pisa, 1878.
11. Edgar, G. *Classics on Fractals*, Addison-Wesley, 1993.
12. Euler, L. *Introductio in Analysin Infinitorum*, Lausanne, [E 101-102], 1748.
13. Euler, L. *Institutiones calculi differentialis cum eius usu in analysi finitorum ac doctrina serierum*, [E 212], 1755.
14. Feferman, S. Mathematical Intuition vs. Mathematical Monsters, *Synthese*, 125, 317-332, 2000.
15. Galois, E. Analyse Transcendante. Notes sur quelques points d'analyse, *Annales de Mathématiques Pures et Appliquées*, 21, 182-184, 1830.
16. Grabiner, J. The Changing concept of Change: The Derivative from Fermat to Weierstrass. *Mathematics Magazine*, 56, 4, 195-206, 1983.
17. Hykšová, M. Bolzano's inheritance research in Bohemia, in *Mathematics throughout the ages. Contributions from the summer school and seminars on the history of mathematics and from the 10th and 11th Novembertagung on the history and philosophy of mathematics, Holbaek, Denmark, October 28-31, 1999, and Brno, the Czech Republic, November 2-5, 2000*, 67-91, 2001.
18. von Koch, H. Sur une courbe continue sans tangente, obtenue par une construction géométrique élémentaire, *Arkiv för matematik, astronomi och fysik*, 1, 681-704, 1904.
19. Lakatos, I. *Proofs and Refutations*, Cambridge University Press, 1976.
20. Lebesgue, H. *Notice sur les travaux scientifiques*. Toulouse, Imprimerie et Libraire Édouard

Privât, 1922.

21. Mazurkiewicz, S. Sur les fonctions non dérivables, *Studia Mathematica*, 3, 1, 92-94, 1931.
22. Medvedev, F. *Scenes from the History of Real Functions*, Birkhäuser, 1991.
23. Monna, A. F. The concept of function in the 19th and 20th centuries, in particular with regard to the discussions between Baire, Borel and Lebesgue. *Archive for History of Exact Sciences*. 9. pp. 57–84, 1972.
24. Peano, G. Sur une courbe qui remplit toute une aire plane, *Math. Ann.* 36, 157-160, 1890.
25. Poincaré, H. *Science et méthode*, E. Flammarion, Paris, 1908.
26. Russ, S. *The Mathematical Works of Bernard Bolzano*, Oxford University Press, 2004.
27. Ruthing, D. Some definitions of the concept of function from Bernoulli, Joh. to Bourbaki, N. *Mathematical Intelligencer*. 6 (4): 72–77, 1984.
28. Sierpinski, W. Sur une nouvelle courbe continue qui remplit toute une aire plane, *Bull. Acad. Sci. de Cracovie*, 462-478, 1912.
29. Steinhaus, H. Anwendungen der Funktionalanalysis auf einige Fragen der reellen Funktionentheorie, *Studia Mathematica*, 1, 1, 51-81, 1929.
30. Volkert, K. La mathématique et le pathologique, *Philosophia Scientiae*, 12, 2, 65-74, 2008.
31. Youschkevitch, A. P. The concept of function up to the middle of the 19th century, *Archive for History of Exact Sciences*, 16 (1): 37–85, 1976.

**Nota:** (en caso que exista alguna)

### Evaluación y forma de trabajo:

| Medios didácticos:             | Métodos de evaluación:                 |
|--------------------------------|----------------------------------------|
| Exposición profesor(a) ( X )   | Exámenes o trabajos parciales ( X )    |
| Exposición alumnos ( )         | Examen o trabajo final escrito ( X )   |
| Ejercicios dentro de clase ( ) | Trabajos y tareas fuera del aula ( X ) |
| Ejercicios fuera del aula ( )  | Exposición de alumnos ( X )            |
| Lecturas obligatorias ( X )    | Participación en clase ( X )           |
| Trabajo de investigación ( X ) | Asistencia ( )                         |
| Prácticas de campo ( )         | Prácticas ( )                          |
| Otros: _____ ( )               | Otros: _____ ( )                       |