



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE POSGRADO EN
FILOSOFÍA DE LA CIENCIA



Filosofía de las Matemáticas 1

Semestre 2015–2 / Enero a Junio 2015

Mtro. Jacobo Asse Dayán / Dr. Max Fernández de Castro

Objetivo del curso:

Que al finalizar el alumno tenga una idea adecuada y clara de los principales problemas que se debaten en la filosofía de las matemáticas contemporáneas, así como de las escuelas más relevantes que se han constituido en esta disciplina.

Para hacer más ameno el curso, se evitará la programación estrictamente cronológica, sustituyéndola con sesiones mixtas que tienen dos puntos de partida: en primer lugar, la crisis de fundamentos que da origen a los proyectos logicista, formalista e intuicionista; en segundo lugar, el dilema de Benacerraf y los intentos por resolverlo, tanto de corte platonista como de corte ficcionalista. El curso culminará con una selección de propuestas actuales que buscan romper con las dicotomías tradicionales platonismo/formalismo y realismo/anti-realismo, y que proponen que nuestra filosofía de las matemáticas debe poner una mayor atención a las particularidades de las prácticas matemáticas.

Sesiones temáticas:

Sesión 1 - Crisis de fundamentación.

La noción cantoriana de “conjunto”, los números ordinales transfinitos, el teorema de Cantor, las paradojas, las primeras discusiones en torno al axioma de elección. La axiomatización de Zermelo.

Lecturas: Secciones 2, 3 y 8 del capítulo VIII y 1, 2 y 3 del capítulo IX de Ferreirós, José, *Labyrinth of Thought*.

Sesión 2 - Logicismo / El dilema de Benacerraf.

El logicismo de Dedekind, la lógica de *La Conceptografía*, las definiciones de “número” en los *Grundlagen* de Frege. / El dilema de Benacerraf

Lecturas: Párrafos 21 a 27 y 45 a 74 de *Los Fundamentos de la Aritmética*;

Benacerraf, Paul “Mathematical Truth”.

Sesión 3 - Logicismo

La lógica de los *Grungesetze*, la paradoja de Russell. La concepción fregeana de “lógica”. La lógica de “The Principles of Mathematics”.

Lectura: Capítulo 5 de *Los Principios de la Matemática* (Russell).

Sesión 4 – Logicismo / Platonismo de intuición

La discusión de Russell con Poincaré. La paradoja de Richard, las nociones de “impredicatividad”, La no-classes theory, la teoría de tipos. / El platonismo de Gödel y seguidores contemporáneos.

Lecturas: Russell, B. “On Some Difficulties in the Theory of Transfinite Numbers and Order Types”, “on ‘Insolubilia’ and their solution by Symbolic Logic”, ambos en Russell, *Essays in Analysis*, editado por Douglas Lickey;

Gödel, K. “What is Cantor’s Continuum Problem?”; Robert Brown, James (1999), “Platonism”, capítulo 2 de *Philosophy of Mathematics*, pp. 9-25.

Sesión 5 - Platonismo de intuición / Formalismo

Intentos de naturalizar la intuición matemática / La axiomática moderna, El logicismo de Hilbert, la discusión de Russell con Frege en torno a la axiomática.

Lecturas: Maddy, P. (1980), “Perception and Mathematical Intuition”.

Correspondencia Frege-Hilbert, capítulo IV de Frege, G. *Philosophical and Mathematical Correspondence*.

Bibliografía complementaria: Franklin, J. (2008) “Aristotelian Realism”.

Sesión 6 - Formalismo / Platonismo naturalista (Quine).

La primera idea de una prueba absoluta de consistencia. La evolución del programa de Hilbert hasta su primera formulación en 1923. / La epistemología naturalizada.

Lectura: Hilbert’s Programs: 1917-1922. Capítulo 1.3 de Sieg, Wilfried, *Hilbert’s Programs and Beyond*.

Quine, W.V.O. “Epistemology naturalized”; Quine, W.V.O. “Posits and Reality”.

Sesión 7 - Formalismo / Platonismo naturalista (Quine).

El programa de Hilbert 1925, 1927, 1934. / El argumento de indispensabilidad

Lectura: “Hilbert and Bernays on Metamathematics”, Capítulo II.2 de Mancosu, P. *The Adventure of Reason*.

Quine, W.V.O. “On What There Is”; Colyvan, Mark “Mathematics and Its Applications”, pp. 1-13.

Sesión 8 - Intuicionismo / Platonismo naturalista (Quine).

El continuo de Brouwer, La fenomenología de la intuición y la constructividad en la filosofía de Brouwer. La lógica intuicionista. / Distinción analítico/sintético.

Lectura: Posy Carl, “Intuitionism and Philosophy”, capítulo 9 de *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, (Stuart Shapiro, Ed.)

Quine, “Two dogmas of empiricism.”

Sesión 9 – Quine / Carnap

Discusión analítico/sintético, críticas a Quine a partir de la práctica matemática.

Lecturas: Maddy, P. “Indispensability and Practice”; Carnap, R. “Empiricism, Semantics and Ontology”.

Sesión 10- Ficcionalismo /Estructuralismo

Ficcionalismo revisionista, ficcionalismo hermenéutico; Tres tipos de estructuralismo.

Lecturas: Field, H. *Science Without Numbers*, capítulo introductorio; Melia, J. (1995) “On What There’s Not”, *Analysis*, vol. 55, no. 4, pp. 223-229.

Capítulo 3 de Shapiro, S. *Philosophy of Mathematics*.

Sesión 11 - Ficcionalismo / Estructuralismo

Ficcionalismo hermenéutico, platonismo pleno / Tres tipos de estructuralismo.

Lecturas: Yablo, S. (1998), “Does Ontology Rest On A Mistake?”; Hellman G. “Structuralism”, capítulo 17 de Shapiro (Ed.) *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*.

Bibliografía complementaria: Balaguer, Mark (1998) Introducción y págs. 151-155 de *Platonism and Anti-Platonism in Mathematics*.

Sesión 12 – Aplicabilidad de las matemáticas en la ciencia.

Lecturas: Wigner, E (1967) - “The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences.”; Baker, A. (2005), “Are there Genuine Mathematical Explanations of Physical Phenomena?”, *Mind*, vol. 114, pp. 223-238.

Sesión 13 - Filosofía de la práctica matemática.

La filosofía de la práctica matemática, la lógica del descubrimiento matemático de Lakatos.

Lectura: Mancosu, Paolo (2008), "Introduction", en *The Philosophy of Mathematical Practice*; Lakatos, I. *Proofs and Refutations, The Logic of Mathematical Discovery*. Secciones 1-5 del primer capítulo.

Sesión 14- Matemáticas inconsistentes o no clásicas / Realismos dependientes de la práctica.

Lectura: Colyvan, M. "The Ontological Commitments of Inconsistent Theories", *Philosophical Studies*, 41(1), 115-23, (2008).

Muntersbjorn, M. "Representational Innovation and Mathematical Ontology".

Sesión 15- Realismos dependientes de la práctica.

Macbeth, D. (2012). *Seeing How It Goes: Paper-and-Pencil Reasoning in Mathematical Practice*.

Cole, Julian, 2009 "Creativity, Freedom, and Authority: A New Perspective in the Metaphysics of Mathematics".

Forma de evaluación:

El alumno entregará reportes de lecturas semanales siguiendo ciertas directivas y al final un ensayo sobre alguno de los temas tratados en el curso.

Bibliografía:

Balaguer, Mark, *Platonism and Anti-platonism in Mathematics*, Oxford University Press, 1997.

Benacerraf, Paul, "Mathematical Truth", *The Journal of Philosophy*, Vol. 70, No. 19, 1973, pp. 661-679.

Boolos, G. "Saving Frege from contradiction", "The Consistency of Frege's *Foundations of Arithmetic*" in Boolos, *Logic, Logic and Logic*, Harvard University Press, 1998.

Brouwer, L. E. J., "Intuitionism and Formalism", *Consciousness, Philosophy and Mathematics*, "Discours Final de M. Brouwer", en Brouwer, L. E. J. *Collected Works* Vol. 1. North Holland (1975).

Burgess, John y Rosen, Gideon. *A Subject with no Object, Strategies for Nominalistic Interpretations of Mathematics*, Oxford University Press, 1997.

Carnap, R. "Empiricism, Semantics and Ontology", *Philosophy and Phenomenological Research*, 5 (1945), 4, 11.

Cole, Julian, 2009 "Creativity, Freedom, and Authority: A New Perspective in the Metaphysics of Mathematics".

- Colyvan, Mark, *The Indispensability of Mathematics*, Oxford University Press, 2001.
- Colyvan, M. "The Ontological Commitments of Inconsistent Theories", *Philosophical Studies*, 141(1), 115-23, (2008).
- Colyvan, M. *An Introduction to the Philosophy of Mathematics*, Cambridge University Press, 2012.
- Ferreirós José, *Labyrinth of Thought, A History of Set Theory and Its Role in Modern Mathematics*, Birkhäuser, 2007.
- Field, Hartry. "Science without numbers." (1980).
- Franklin, James. "Aristotelian realism." *Philosophy of Mathematics*, Amsterdam: Elsevier/North Holland (2009): 103-155.
- Frege, Gottlob, *Conceptual Notation and Related Articles*, Oxford University Press, 1972.
- Frege, Gottlob, *The foundations of Arithmetic*, Harper and Brothers, New York, 1960.
- Frege, Gottlob, *Philosophical and Mathematical Correspondence*. The University of Chicago Press, 1980.
- Gödel, K. "What is Cantor's Continuum Problem?" En *Philosophy of Mathematics, Selected Readings*, second edition, Cambridge University Press, 1983. "Russell's mathematical logic" (1940), en *The Philosophy of Bertrand Russell* (Ed. P. A. Schilp): The Library of Living Philosophers, Evanston, Illinois,
- Gödel, K. "Is mathematics a logical syntax of language?" en Francisco Rodríguez C. (ed.), *Kurt Gödel, Unpublished Philosophical Essays*, Birkhäuser, 1995.
- van Heijenoort, Jean, *From Frege to Gödel, a Source Book in Mathematical Logic, 1879-1931*. Cambridge, Massachusetts, 1967, Harvard University Press, 1967.
- Hilbert, David, *Fundamentos de las Matemáticas*, UNAM, 1993.
- Katz, Jerry, "What Mathematical Knowledge Could Be", en *Mind, New Series*, Vol. 104, No. 415, pp. 491-522, 1995.
- Lakatos, I. *Proofs and Refutations, The Logic of Mathematical Discovery*, Cambridge University Press, 1976.
- Macbeth, D. (2012). Seeing How It Goes: Paper-and-Pencil Reasoning in Mathematical Practice. *Philosophia Mathematica*, 20(1), 58-85.
- Maddy, P. (1980), "Perception and Mathematical Intuition", *Philosophical Review*, Volumen 89, Número 2, Pp. 163-196
- Maddy, Penelope. "Indispensability and practice." *The Journal of Philosophy* (1992): 275-289.
- Mancosu, P. *The Adventure of Reason, Interplay between Philosophy of Mathematics and Mathematical Logic, 1900-1940*, Oxford University Press, 2010.
- Mancosu, "P. Bernays and D. Hilbert" capítulo III de Mancosu Paolo, *From Brouwer to Hilbert, The Debate on The Foundations of Mathematics in the 20'S*, Oxford University Press, 1998.

- Mancosu, P. "L. E. J. Brouwer" capítulo I de Manconsu Paolo, *From Brouwer to Hilbert, The Debate on The Foundations of Mathematics in the 20'S*, Oxford University Press, 1998.
- Mancosu, P. (Ed.) *The Philosophy of Mathematical Practice*, Oxford University Press, 2008.
- Mortensen, C. 'Inconsistent Mathematics', en E. N. Zalta (Ed) *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*.
- Muntersbjorn, Madeline, "Representational Innovation and Mathematical Ontology", *Synthese* 134: 159–180, 2003.
- Panza, M., Sereni. A. *Plato's Problem, An Introduction to Mathematical Platonism*. Palgrave Macmillan, 2013.
- Quine, W. V. O. "Two dogmas of Empiricism", "On what there is", "Epistemology naturalized", Capítulo 2, especialmente párrafo 14 de *Word and Object*.
- Quine, Willard V. "Posits and reality." Reprinted in *The Ways of Paradox and Other Essays* 2 (1955): 246-254.
- Russell, B. *Essays on Analysis*, (Douglas Lackey, Ed., George Braziller, 1973.
- Russell, Bertrand, *Los principios de las matemáticas*, Madrid, Espasa Calpe S. A., 1967; *Introduction to Mathematical Philosophy*, Londres, George Allen and Unwin Ltd, décima edición, 1960.
- Russell, Bertrand y Whitehead, Alfred, *Principia Mathematica (To *56)*, Londres, Cambridge at the University Press, 4ª ed. 1967.
- Shapiro, *Philosophy of Mathematics*, Oxford University Press, 1997.
- Shapiro (Ed.) *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, Oxford University Press, 2004.
- Sieg, Wilfried, *Hilbert's Programs and Beyond*, Oxford University Press, 2013.
- Smullyan, Raymond, *Gödel's Incompleteness Theorems*. Oxford University Press.
- Wigner, Eugene P. "The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences. Richard courant lecture in mathematical sciences delivered at New York University, May 11, 1959." *Communications on pure and applied mathematics* 13.1 (1960): 1-14.
- Yablo, S. (1998), "Does Ontology Rest On A Mistake?", *Proceedings of the Aristotelian Society, Supplementary Volumes*, Vol. 72, pp. 229-263