UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE POSGRADO EN
FILOSOFÍA DE LA CIENCIA

Actividad Académica: Historia y filosofía de la teoría de conjuntos					
Clave:	**Semestre:** 2015-2	**Campo de conocimiento:** Filosofía de las matemáticas y lógica de la ciencia; Historia de la ciencia			
Carácter: Obligatoria ( ) Optativa ( ) de Elección ( )		**Horas por semana**		**Horas al semestre**	**Número de créditos** 8
Tipo: Curso		**Teóricas:** 4	**Prácticas:**	64	
Modalidad: Presencial	**Duración del programa:** Un semestre				

Seriación: **Sí ( )** **No ( )** **Obligatoria ( )** **Indicativa ( )**

Introducción: En este curso se dividirá en dos partes. En la primera de ellas, se explorarán algunas de las nociones básicas de la teoría de conjuntos estándar (ZFC o sus equivalentes). Nos concentraremos en los problemas relacionados con la existencia de proposiciones indecidibles en la teoría y el programa propuesto por Gödel para búsqueda de nuevos axiomas.
En este curso compararemos cuatro teorías de ciertos objetos matemáticos que, a falta de un nombre común mejor, llamaremos "conjuntos": la filosofía aristotélica de las extensiones, la teoría los *Mengen* en los *Beitrage* de Cantor, ZF y la teoría de topos.

Objetivo general: Lograr que el alumno obtenga las herramientas para que pueda estudiar o usar críticamente las teorías de conjuntos.

Objetivos específicos: Lograr que el alumno

- identifique las particularidades conceptuales de cada teoría conjuntos,
- conozca las limitaciones de la teorías de conjuntos estándar (ZFC o sus equivalentes),
- comprenda los objetivos del programa de Gödel y las críticas a dicho programa,
- pueda identificar las semejanzas y diferencias entre ellas,
- distinga entre teoremas de una teoría de conjuntos, afirmaciones conceptuales en o acerca de nociones de una teoría de conjuntos y afirmaciones acerca de la historia de nociones de una teoría de conjuntos.

Contenido temático			
Unidad	**Temas**	**Horas**	
		Teóricas	**Prácticas**
1	Introducción a las nociones básicas de teorías de conjuntos estándar	8	
2	El programa de Gödel	8	
3	Críticas y contracríticas al programa de Gödel	12	
4	Introducción. Las críticas de Frege y Zermelo a la "teoría cantoriana de conjuntos" y el establecimiento de ZF	6	

5	La teoría cantoriana de *Mengen*	8	
6	La tesis de Mayberry y la teoría aristotélica de las *extensiones*	10	
7	ZF, la teoría categorista de conjuntos y la teoría de topos	8	
8	Conclusiones	4	
	Total de horas:	64	
	Suma total de horas:	64	

Bibliografía y actividades:

Bibliografía básica:

Unidad 1.

Alexander Abian y Samuel LaMacchia (1978): "On the consistency and independence of some set-theoretical axioms", *Notre Dame Journal of Formal Logic* XIX(1), pp. 155-158.

Paul Cohen (1963): "The independence of the Continuum Hypothesis", *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 50(6), pp. 1143-1148.

Paul Cohen (1964): "The Independence of the Continuum Hypothesis II", *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 51(1), pp. 105-110.

Kurt Gödel (1938): "The consistency of the axiom of choice and of the Generalized Continuum-Hypothesis". *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, *24*(12), 556-557.

Kurt Gödel (1939). "Consistency proof of the generalized continuum-hypothesis" en Gödel (1990), pp. 28-32.

Thomas Jech (2003): *Set theory. The Third Millennium Edition, Revised and Expanded*, Berlín: Springer-Verlag.

Akihiro Kanamori (2009): *The Higher Infinite: Large Cardinals in Set Theory from Their Beginnings*, Berlín: Springer-Verlag.

Alexander S. Kechris (1994): *Classical Descriptive Set Theory*, Nueva York: Springer-Verlag.

Peter Koellner (2011): "Independence and large cardinals", *Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2011 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/sum2011/entries/independence-large-cardinals/>.

Peter Koellner (2013): "The Continuum Hypothesis", *Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2013 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/sum2013/entries/continuum-hypothesis/>.

Peter Koellner (2014): "Large cardinals and determinacy", *Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2014 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/spr2014/entries/large-cardinals-determinacy/>.

Unidad 2.

Kurt Gödel (1947): "What is Cantor's Continuum Problem?". *The American Mathematical Monthly*, *54*(9), 515 – 525.

Kurt Gödel (*193?): "Undecidable diophantine propositions", en Kurt Gödel (1995), pp. 164-175.

Kurt Gödel (1986): *Collected Works I: Publications 1929-1936*, ed. Solomon Feferman, Nueva York: Oxford University Press.

Kurt Gödel (1990): *Collected Works II: Publications 1938-1974*, ed. Solomon Feferman, Nueva York: Oxford University Press.

Kurt Gödel (1995): *Collected Works III: Unpublished Essays and Lectures*, ed. Solomon Feferman, Nueva York: Oxford University Press.

Sten Lindström y otros (eds.) (2009): *Logicism, Intuitionism and Formalism: What Has Become of Them?*, Dordrecht: Springer Science+Business Media.

Penelope Maddy (1988a): "Believing the axioms. I", *The Journal of Symbolic Logic*, *53*(2), pp. 481–511.

Penelope Maddy (1988b): "Believing the axioms. II", *The Journal of Symbolic Logic*, *53*(3), pp. 736–764.

Mark van Atten y Juliette Kennedy (2009): "'Gödel's Modernism: On Set-Theoretic Incompleteness', revisited", en Lindström y otros (2009), pp. 303-356.

Unidad 3.

Solomon Feferman (1991): "Reflecting on incompleteness", *The Journal of Symbolic Logic*, *56*(1), pp. 1–49.

Solomon Feferman (1996): "Gödel's program for new axioms: Why, where, how and what?", en Hájek (1996), pp. 3-22.

Solomon Feferman (1999). "Does mathematics need new axioms?", *The American Mathematical Monthly*, *106*(2), pp. 99–111.

Solomon Feferman (2006): "Are there absolutely unsolvable problems? Gödel's dichotomy", *Philosophia Mathematica 14*(2), pp. 134–152.

Solomon Feferman, Harvey M. Friedman, Penelope Maddy y John R. Steel (2000): "Does mathematics need new axioms?", *The Bulletin of Symbolic Logic 6*(4), pp. 401–446.

Petr Hájek (ed.) (1996): *Gödel '96: Logical Foundations of Mathematics, Computer Science and Physics - Kurt Gödel's Legacy, Brno, Czech Republic, August 1996, Proceedings*, Berlín: Springer-Verlag.

Peter Koellner (2006): "On the question of absolute undecidability", *Philosophia Mathematica*, *14*(2), pp. 153-188.

Peter Koellner (2009): "On reflection principles", *Annals of Pure and Applied Logic,* 157, pp. 206-219.

Peter Koellner (2011): "Feferman on the indefiniteness of CH", inédito. Disponible en http://logic.harvard.edu/EFI_Feferman_comments.pdf

Penelope Maddy (2011). *Defending the Axioms: On the Philosophical Foundations of Set Theory*, Oxford: Oxford University Press.

W. Hugh Woodin (2001a): "The Continuum Hypothesis, part I", *Order. A Journal On The Theory Of Ordered Sets And Its Applications 48*(2), pp. 568–576.

W. Hugh Woodin (2001b): "The Continuum Hypothesis, part II", *Order. A Journal On The Theory Of Ordered Sets And Its Applications 48*(6), pp. 681–690.

Unidad 4.

Gottlob Frege (1892): Review of Georg Cantor's *Contributions to the Theory of the Transfinite*, en Brian McGuinness, ed., *Gottlob Frege: Collected Papers on Logic, Mathematics, and Philosophy*, Oxford: Basil Blackwell, 1984.

Shaughan Lavine (1998): *Understanding the Infinite*. Segunda impresión, Estados Unidos de América: Harvard University Press.

Francis William Lawvere (1994): "Cohesive toposes and Cantor's '*lauter Einsen*", *Philosophia Mathematica* 2 (1):5-15.

Unidad 5.

Georg Cantor (1932): *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts*, Ernst Zermelo (ed.), Berlín: Verlag von Julius Springer. Versión electrónica: http://gdz.sub.uni-goettingen.de/dms/load/img/?PPN=PPN237853094

Joseph Warren Dauben (1990): *Georg Cantor: His Mathematics and Philosophy of the Infinite*, Princeton: Princeton University Press.

Michael Hallett (1986): *Cantorian Set Theory and Limitation of Size*. Oxford: Oxford University Press.

Shaughan Lavine (1998): *Understanding the Infinite*. Segunda impresión, Estados Unidos de América: Harvard University Press.

Francis William Lawvere (1994): "Cohesive toposes and Cantor's '*lauter Einsen*", *Philosophia Mathematica* 2 (1):5-15.

Tuomas Lõbus (1924-1925): *Explaining Plato*, Turku: Turku University Press.

Platón: *Filebo*. En *Dialógos*, vol. VI (*Filebo*, *Timeo*, *Critias*). Traducción, introducción y notas de María Ángeles Durán (*Filebo*) y Francisco Lisi (*Timeo*, *Critias*), primera reimpresión, España: Gredos, 1997.

Unidad 6.

Aristóteles: *Metafísica*. Edición trilingüe por Valentín García Yebra, tercera reimpresión, España: Gredos, 1998.

Aristóteles: *Física*. Introducción, traducción y notas de Guillermo R. de Echandía, primera reimpresión, España: Gredos, 1998.

Aristóteles: *Tratados de lógica*. Edición trilingüe por Valentín García Yebra, tercera reimpresión, España:

Gredos, 1998.
Aristóteles: *Ética a Nicómaco*. Introducción, traducción y notas de Guillermo R. de Echandía, primera reimpresión, España: Gredos, 1998.
Francis William Lawvere (1994): "Cohesive toposes and Cantor's '*lauter Einsen*", *Philosophia Mathematica* 2 (1):5-15.
Tuomas Lõbus (1924-1925): *Explaining Plato*, Turku: Turku University Press.
John Mayberry (2000): *The Foundations of Mathematics in the Theory of Sets*. Cambridge University Press.

Unidad 7.

Francis William Lawvere (1994): "Cohesive toposes and Cantor's '*lauter Einsen*", *Philosophia Mathematica* 2 (1):5-15.
Ivonne Victoria Pallares Vega (2006): "Unificación conceptual en matemáticas", en Juan Carlos González (ed.) *Perspectivas contemporáneas sobre la cognición*, Siglo XXI-UAEM, pp. 2212-236.
Colin McLarty (2004): Exploring categorical structuralism. *Philosophia Mathematica* 12, pp. 37–53.
Colin McLarty (2011): Recent debate over categorical foundations. En G. Sommaruga (ed.), *Foundational Theories of Classical and Constructive Mathematics*, Springer, pp. 145–154.

Nota: Sugeriremos otros textos para cada alumno en particular, o para el grupo en general, según el tema de su exposición, de acuerdo con las características de su trabajo final o si se requiriera para reforzar algún tema o ahondar en él.

Actividades

a) Con docentes:
• Análisis de los textos.
• Exposición de temas del curso de manera individual y grupal.
• Participación en mesas de debate.
• Realización de diversos ejercicios de trabajo en equipo.
• Revisión de los avances del trabajo final.

b) Independientes:
• Elaboración de reportes de lecturas.
• Investigación documental.
• Elaboración de un reporte de exposición de un tema seleccionado.
• Elaboración trabajos escritos de los temas abordados.
• Elaboración de un trabajo final.

Medios didácticos:		**Métodos de evaluación:**	
Exposición profesores	(X)	Exámenes o trabajos parciales	(X)
Exposición alumnos	(X)	Examen o trabajo final escrito	(X)
Ejercicios dentro de clase	( )	Trabajos y tareas fuera del aula	(X)
Ejercicios fuera del aula	( )	Exposición de alumnos	(X)
Lecturas obligatorias	(X)	Participación en clase	(X)
Trabajo de investigación	(X)	Asistencia	( )
Prácticas de campo	( )	Prácticas	( )
Otros: _____	( )	Otros: _____	( )

Evaluación y forma de trabajo

Exámenes semanales: 40%
Avances del trabajo final: 30%

Trabajo final: 30%

- Las exposiciones son obligatorias; cada alumno deberá exponer al menos una vez en el curso. Las exposiciones en clase pueden dar hasta 10% extra.
- Los exámenes semanales se les enviarán a su cuenta la tarde posterior a la sesión y deberán ser entregados impresos al comenzar la siguiente sesión. En caso de no poder asistir a clase, deberán enviarlo por correo electrónico antes de comenzar la clase.
- La entrega del avance del trabajo final es condición necesaria para la acreditación del curso. El formato para el trabajo final se entregará en la primera sesión.

Imparten: Luis Estrada González
Cristian Alejandro Gutiérrez Ramírez
Mails: loisayasegrob@gmail.com
cristian.mate@gmail.com